Bemerkung zum gyromagnetischen Verhältnis von astronomischen Körpern und Elementarteilchen im Anschluß an Blackett*

Von Josef Brandmüller

Aus dem Physikalischen Institut der Universität München

(Z. Naturforschg. 3a, 260—263 [1948]; eingegangen am 10. März 1948)

Es wird versucht, die von Blackett als generelles Naturgesetz vorgeschlagene Beziehung zwischen dem magnetischen und mechanischen Moment von astronomischen Körpern durch eine Modifikation auch auf Mesonen auszudehnen in Anwendung der Jordanschen Vorstellung der kosmologischen Inkonstanz der Gravitationskonstanten.

Blackett[1] schlägt vor, die Beziehung zwischen dem magnetischen Moment P und dem mechanischen Moment U eines rotierenden Körpers

$$P = \beta \frac{\sqrt{f}}{c} U \tag{1}$$

als „generelles Naturgesetz" anzusehen[1a]. Hierbei bedeutet f die Gravitationskonstante, c die Lichtgeschwindigkeit und β einen dimensionslosen Zahlenfaktor. Blackett vermutet, daß diese Relation die lang gesuchte Beziehung zwischen elektromagnetischen und Gravitationserscheinungen darstellt. astronomischen Körpern ist nur wenig verschieden (s. Tab. 1).

In Tab. 1 bedeutet H_p die radiale Komponente der magnetischen Feldstärke am Magnetpol (die tangentiale ist am Pol gleich Null). Das magnetische Moment P läßt sich aus H_p berechnen aus

$$P = \frac{1}{2} H_p R^3. \tag{2}$$

M bedeutet die Masse, R den Radius und ω die Winkelgeschwindigkeit. Der Zahlenfaktor k ist das Verhältnis des Trägheitsmoments einer gegen

	H_p Oersted	P $g^{1/2}\,cm^{5/2} \cdot sec^{-1}$	M g	R cm	ω sec^{-1}	k	U $=\frac{2}{5} k \omega M R^2$ $g\,cm^2\,sec^{-1}$	P/U $g^{-1/2}\,cm^{1/2}$	β
Erde	0,61	$7{,}9 \cdot 10^{25}$	$6{,}0 \cdot 10^{27}$	$6{,}37 \cdot 10^{8}$	$7{,}3 \cdot 10^{-5}$	0,88	$6{,}22 \cdot 10^{40}$	$1{,}3 \cdot 10^{-15}$	0,151
Sonne . . .	53	$8{,}9 \cdot 10^{33}$	$2{,}0 \cdot 10^{33}$	$6{,}97 \cdot 10^{10}$	$2{,}9 \cdot 10^{-6}$	0,16	$1{,}80 \cdot 10^{48}$	$4{,}9 \cdot 10^{-15}$	0,57
78 Virginis	1500	$2{,}1 \cdot 10^{36}$	$4{,}6 \cdot 10^{33}$	$1{,}4 \cdot 10^{11}$	$7{,}3 \cdot 10^{-5}$	0,16	$4{,}2 \cdot 10^{50}$	$5{,}0 \cdot 10^{-15}$	0,582

Tab. 1. Gyromagnetisches Verhältnis bei astronomischen Körpern.

Er fand eine Bestätigung dieser Gleichung bei drei astronomischen Körpern. Es ergab sich nämlich das gyromagnetische Verhältnis P/U bei der Erde, der Sonne und dem Stern 78 Virginis nahezu einander gleich, d. h. der Faktor β bei den einzelnen die Mitte zu dichter werdenden Kugel zum Trägheitsmoment einer Kugel vom gleichen Radius, gleicher Winkelgeschwindigkeit und mit einer gleichmäßigen Dichte, die gleich der mittleren Dichte der gegen die Mitte zu dichter werdenden Kugel ist. Blackett gibt für die verschiedenen Körper den entsprechenden Wert an. Den Wert für β erhält man durch Division des auf experimentellen Ergebnissen beruhenden Wertes des gyromagnetischen Verhältnisses P/U durch den Ausdruck $\sqrt{f}/c = 8{,}6 \cdot 10^{-15}\,g^{-1/2}\,cm^{1/2}$. Die Übereinstimmung der β-Werte ist für so verschiedene astronomische Körper sehr gut.

* Hrn. Prof. Dr. Ed. Rüchardt zu seinem 60. Geburtstag in tiefer Dankbarkeit gewidmet.

[1] P. M. S. Blackett, Nature [London] **159**, 659 [1947].

[1a] Anmerkung bei der Korrektur: A. Gião leitet diese Blackettsche Beziehung mit Hilfe der Theorie der Gravitation und des Elektromagnetismus ab; C. R. hebd. Séances Acad. Sci. **224**, 1813 [1947]; Chem. Zbl. **118** II, 866 [1947].

	P $g^{1/2}\,cm^{5/2}\,sec^{-1}$	Spin U ergsec	P/U $g^{-1/2}\,cm^{1/2}$
Elektron . . .	$\frac{e\hbar}{2\,m_{el}\,c}$ *	$\frac{1}{2}\hbar$	$\frac{e}{m_{el}\,c} = 1{,}76 \cdot 10^7$
Proton	$2{,}7896\ \frac{e\hbar}{2\,m_p\,c}$	$\frac{1}{2}\hbar$	$2{,}79\ \frac{e}{m_p\,c} = 2{,}67 \cdot 10^4$
Neutron	$-1{,}9103\ \frac{e\hbar}{2\,m_p\,c}$	$\frac{1}{2}\hbar$	$-1{,}91\ \frac{e}{m_p\,c} = -1{,}84 \cdot 10^4$
[Deuteron . . .	$0{,}85647\ \frac{e\hbar}{2\,m_p\,c}$	$1\,\hbar$	$0{,}86\ \frac{e}{2\,m_p\,c} = 0{,}42 \cdot 10^4$]

Tab. 2. Gyromagnetisches Verhältnis bei Elementarteilchen.

Wenn aber die Relation (1) als „generelles Naturgesetz" gelten soll, so muß es auch für die Elementarteilchen gelten. Tab. 2 gibt einen Überblick über das gyromagnetische Verhältnis bei Elementarteilchen.

Die auf vier Dezimalstellen angegebenen Werte für die magnetischen Momente des Protons, Neutrons und Deuterons wurden von W. R. Arnold und A. Roberts[2] mit der Radiofrequenz-Resonanzmethode bestimmt. Nimmt man überschlagsmäßig als Mittelwert von P/U für Elementarteilchen etwa den Wert $5 \cdot 10^5$ an, so folgt für das Verhältnis des gyromagnetischen Verhältnisses von Elementarteilchen zu dem von astronomischen Körpern ungefähr der Zahlenwert 10^{20}. Dies legt nahe, ein elementares gyromagnetisches Verhältnis zu definieren durch

$$\frac{P}{U} = \beta\,\frac{\sqrt{\gamma f}}{c}, \qquad (3)$$

wobei γ nach Jordan[3] das Weltalter, gemessen in Elementarzeiten, bedeutet. Es handelt sich hier um dasselbe Vorgehen, wie es Brandmüller, Gora und Rüchardt[4] anwendeten, um, von den Planckschen „Natürlichen Maßeinheiten" ausgehend, zu vernünftigen Werten für die Elementareinheiten zu kommen. Insbesondere erhielten die genannten Autoren für die „Elementarmasse" den Wert von 200 Elektronenmassen, ein Ergebnis, das vielleicht nahelegen könnte, der Mesonenmasse eine „elementare" fundamentale Bedeutung zuzuschreiben. So kann vielleicht ebenso vorsichtig vermutet werden, daß Gl. (3) das gyromagnetische Verhältnis des Mesons ergibt.

Es ist nun die Frage, ob man die Modifikation (3) der Gl. (1) als gyromagnetisches Verhältnis des Mesons irgendwie verständlich machen kann. Dies soll im folgenden versucht werden. Zugleich können wir hoffen, dabei für den Faktor β einen bestimmten Ausdruck zu bekommen.

Als erstes ist nun notwendig, einen Ansatz für das magnetische Moment eines Mesons zu machen, da direkte Messungen hierüber nicht zur Verfügung stehen. v. Weizsäcker[5] benützt für das magnetische Moment des Mesons den Ausdruck $e\hbar/2\,m_0 c$, wobei m_0 die Mesonenmasse bedeutet. Dieser Ausdruck ist „derjenige, der aus den gewöhnlichen Feldgleichungen ohne ad hoc eingeführte Zusatzglieder folgt". Allerdings beweist der empirische Wert des magnetischen Moments des Protons und Neutrons, daß ein Elementarteilchen nicht notwendig das „normale" magnetische Moment haben muß. So ist also das magnetische Moment des Mesons bis auf einen Zahlenfaktor noch unbestimmt, und wir setzen an

$$P_{\text{Meson}} = \delta \cdot e\,\hbar/2\,m_0\,c\,. \qquad (4)$$

* Anmerkung bei der Korrektur: Kusch u. Foley (Physic. Rev. **73**, 412 [1948]) bestimmten mit Hilfe des Landéschen Aufspaltungsfaktors das magnetische Spinmoment des Elektrons zu 1,00144 bzw. 1,00122 $e\hbar/2\,m_{el}\,c$. Der nach einer Bemerkung von H. A. Bethe in seinem Münchner Colloquiums-Vortrag am 19. Juli 1948 von Luttinger abgeleitete theoretische Wert des magnetischen Spinmomentes des Elektrons $(1 + \alpha/2\pi)$ $e\hbar/2\,m_{el}\,c$ ist mit den experimentellen Werten in bester Übereinstimmung.

[2] W. R. Arnold u. A. Roberts, Physic. Rev. **71**, 878 [1947].

[3] P. Jordan, Physik. Z. **45**, 183 [1944].

[4] J. Brandmüller, E. Gora u. E. Rüchardt, Optik **3**, 92 [1948].

[5] C. F. v. Weizsäcker, in W. Heisenberg, Vorträge über kosmische Strahlung, Springer, Berlin 1943, S. 74; vgl. auch G. Wentzel, Einführung in die Quantentheorie der Wellenfelder, Deuticke, Wien 1943, S. 89, und H. C. Corben u. J. Schwinger, Physic. Rev. **58**, 953 [1940].

Dabei können wir in Analogie zum magnetischen Moment des Protons und Neutrons wohl annehmen, daß $|\delta|$ wenigstens in der Größenordnung 1 liegt.

Lapp[6] gibt in einer Arbeit über den Ursprung der großen explosionsartigen Schauer in der kosmischen Strahlung einige Angaben über den Spin von Mesonen. Er vergleicht experimentell gemessene Explosions-Schauerhäufigkeiten mit den von Christy und Kusaka[7] für Mesonen mit 200-facher Elektronenmasse berechneten Werten und findet, daß die Ergebnisse in Celtenham in Meereshöhe sich erklären lassen durch Mesonen vom Spin 0 oder höchstens $^1/_2$ (bei Annahme von Mesonen mit 230-facher Elektronenmasse), während in 3350 m Höhe in Huancayo die Explosionsschauer auch durch Mesonen von höherem Spin (etwa Spin 1) erzeugt scheinen. Ob die Mesonenarten mit verschiedenem Spin auch hinsichtlich der Massen sich eindeutig unterscheiden, kann wohl noch nicht mit Sicherheit festgestellt werden.

Das gyromagnetische Verhältnis wird also für

$$\text{Mesonen vom Spin } 1/2 \quad \left(\frac{P}{U}\right)_{1/2} = \delta e / m_0 c\,,$$
$$\text{und Mesonen vom Spin } 1 \quad \left(\frac{P}{U}\right)_1 = \delta e / 2 m_0 c\,. \tag{5}$$

Im wesentlichen hängt also dieses Verhältnis von der spezifischen Ladung des Mesons ab. Es wird nun versucht, dieses mit den kosmologischen Betrachtungen von Jordan in Beziehung zu bringen. Aus der Rüchardtschen Modifikation der Planckschen „Natürlichen Maßeinheiten“[4] ergab sich für die Elementarmasse

$$m_0 = \sqrt{\hbar c / \gamma f}\,. \tag{6}$$

Da sich, wie schon bemerkt, hieraus ein Wert von $m_0 = 200\, m_{el}$ ergibt, kann diese Elementarmasse wohl mit einer Mesonenmasse identifiziert werden. Wir berechnen hieraus das Verhältnis

$$\frac{e}{m_0} = \frac{e}{\sqrt{\hbar c}} \sqrt{\gamma f} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{\gamma f}\,, \tag{7}$$

wobei α die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante bedeutet. In einer durchsichtigeren Form geschrieben, besagt (7)

$$e^2 / f m_0{}^2 = a \gamma\,, \tag{8}$$

daß also das Verhältnis der Coulombschen Energie eines Mesons zu seiner Gravitationsenergie gleich dem Produkt aus der Feinstrukturkonstante und der Jordanschen Weltalterkonstante ist. Aus (5) und (7) folgt also

$$\left(\frac{P}{U}\right)_{1/2} = \delta \sqrt{a}\, \frac{\sqrt{\gamma f}}{c}\,, \text{ bzw. } \left(\frac{P}{U}\right)_1 = \delta \frac{\sqrt{a}}{2} \frac{\sqrt{\gamma f}}{c}\,. \tag{9}$$

Es scheint also möglich zu sein, Gl. (3) auf Grund bekannter kosmologischer Überlegungen zu verstehen. Zugleich ergibt sich für β ein Zusammenhang mit der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstanten. Da $\sqrt{\alpha} \approx 0{,}09$ und $|\delta|$ vermutlich in der Größenordnung 1 ist, ist der Faktor β für „Mesonen“ anscheinend etwas kleiner als bei den astronomischen Körpern (s. Tab. 1).

Die Anwendung der Jordanschen Vorstellung[8] von der zeitlichen Abhängigkeit der Gravitationskonstanten legt den Schluß nahe, daß das gyromagnetische Verhältnis mit zunehmendem Weltalter kleiner wird. Natürlich kann es sich dabei nicht um ein individuelles Kleinerwerden dieses Verhältnisses handeln, sondern darum, daß ein Stern ein um so kleineres gyromagnetisches Verhältnis hat, je später er entstanden ist. Bedeutet γ_0 die gegenwärtige Weltzeit in Elementareinheiten und f_c die gegenwärtig gemessene Gravitationskonstante, so kann man die Gravitationskonstante zur beliebigen Weltzeit γ ansetzen in der Form

$$f = \gamma_0 f_0 / \gamma\,. \tag{10}$$

Bruggencate[9] berechnet für den Fall der Jordanschen Kosmologie, in der die Gravitationskonstante umgekehrt proportional zum Weltalter zu setzen ist, und unter der Annahme, daß die Energieerzeugung durch den Bethe-Weizsäcker-Zyklus erfolgt und die Sonne bei ihrer Entstehung nur aus Wasserstoff bestand, das Alter der Sonne in Abhängigkeit vom Weltalter. Dabei ergibt sich für ein Weltalter von 3 bis $4 \cdot 10^9$ Jahren[10] ein Entstehungsalter der Sonne von etwa 1,3 bis $1{,}8 \cdot 10^9$ Jahren nach der Weltentstehung. 10^9 Jahre bedeutet, in Elementarzeiten gemessen, etwa $5 \cdot 10^{39}$, es galt also damals schon

[6] R. E. Lapp, Physic. Rev. **69**, 321 [1946].

[7] R. F. Christy u. S. Kusaka, Physic. Rev. **59**, 414 [1941].

[8] P. Jordan, Die Herkunft der Sterne, Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft, Stuttgart 1947.

[9] P. ten Bruggencate, Z. Astrophysik **24**, 57 [1947]. Bruggencate rechnet dort mit etwas höherem Weltalter, nämlich 5,3 bzw. $6{,}5 \cdot 10^9$ Jahren.

[10] A. Unsöld, Z. Astrophysik **24**, 292 [1948].

Elementareinheiten für ein Weltalter von	$3 \cdot 10^9$ Jahre $\gamma = 1{,}46 \cdot 10^{40}$	$4 \cdot 10^9$ Jahre $\gamma = 1{,}77 \cdot 10^{40}$
Elementarlänge $\sqrt{\gamma f \hbar / c^3}$	$2 \cdot 10^{-13}$ cm	$2{,}1 \cdot 10^{-13}$ cm
Elementarmasse $\sqrt{c \hbar / \gamma f}$	$0{,}18 \cdot 10^{-24}$ g $\approx 200\, m_{el}$	$0{,}16 \cdot 10^{-24}$ g $\approx 180\, m_{el}$
Elementarzeit $\sqrt{\gamma f \hbar / c^5}$	$0{,}65 \cdot 10^{-23}$ sec	$0{,}71 \cdot 10^{-23}$ sec
Elementartemperatur $\frac{1}{k}\sqrt{c^5 \hbar / \gamma f}$	$1{,}2 \cdot 10^{12}$ grad	$1{,}1 \cdot 10^{12}$ grad

Tab. 3. Elementareinheiten nach der Rüchardtschen Modifikation der Planckschen „Natürlichen Maßeinheiten" für den nach Unsöld wahrscheinlichsten Bereich des Weltalters.

bei Entstehung der Sonne beinahe die gegenwärtig gemessene Gravitationskonstante. Die Erde ist wohl noch später als die Sonne entstanden[11], und der Spektraltyp A 2 von 78 Virginis deutet auch auf eine späte Entstehung dieses Sternes hin. Die Tatsache also, daß γ zur Zeit der Entstehung der Erde, Sonne und 78 Virginis schon sehr groß war, hat zur Folge, daß man in (1) praktisch die gegenwärtige Gravitationskonstante einsetzen darf.

Man kann nun die Gln. (1) und (3) in eine einzige Relation zusammenfassen

$$\frac{P}{U} = \beta_0 \sqrt{\frac{\gamma_0}{\gamma}}\, \frac{\sqrt{f_0}}{c}\,. \qquad (11)$$

Dabei bedeutet also γ_0 die gegenwärtige Weltzeit in Elementareinheiten, f_0 die gegenwärtige Gravitationskonstante und γ die Entstehungszeit in Elementareinheiten desjenigen Sternes, auf den die Relation angewendet werden soll. Die entsprechende Größe für das elementare gyromagnetische Verhältnis von „Mesonen" erhält man aus (11) durch $\gamma = 1$. Denkt man außer dieser Tatsache noch an die Rüchardtsche Modifikation der Planckschen „Natürlichen Maßeinheiten", so scheint sich hier ein Prinzip anzudeuten: daß man die Elementareinheiten und elementare Verhältnisse dann bekommt, wenn man mit derjenigen Gravitationskonstanten rechnet, die im Augenblick der Weltentstehung galt.

Da der Ausdruck $\sqrt{\gamma_0/\gamma}$ bei den betrachteten Sternen etwas größer als 1 ist (bei $\gamma = 5 \cdot 10^{39}$, was einer Entstehung 10^9 Jahre nach Weltanfang bedeutet, wird $\sqrt{\gamma_0/\gamma} \approx 1{,}5$), folgt aus (11), daß der Faktor β von (1) auch etwas größer sein muß als der entsprechende Faktor bei (3), was nach (9) tatsächlich der Fall zu sein scheint.

Unsöld[10] gibt unter Berücksichtigung aller Altersbestimmungen an, „daß die Gesamtheit der Spiralnebel . . . innerhalb eines relativ kurzen Zeitraumes von 3 bis $4 \cdot 10^9$ Jahren entstanden ist". Die Wahl des Weltalters von $3 \cdot 10^9$ Jahren in unserer früheren Arbeit[4] scheint demnach gut begründet. Für diesen nach Unsöld wahrscheinlichsten Spielraum des Weltalters seien in Tab. 3 die Zahlenwerte für die Elementareinheiten nach der Rüchardtschen Modifikation der Planckschen „Natürlichen Maßeinheiten" angegeben, auch deswegen, weil in der früheren Arbeit[4] ein kleiner Rechenfehler unterlaufen ist.

[11] Unsöld gibt in obiger Arbeit einen Zeitraum von $2 \cdot 10^9$ Jahren seit der Erstarrung der Erdrinde an, meint aber, es sei noch nicht entschieden, ob die Erstarrung der Erdrinde tatsächlich erst einige Milliarden Jahre nach der „Entstehung der Welt" erfolgte, oder ob die Differenz der Alterswerte auf irgendwelchen unbekannten Fehlerquellen beruht. Dazu ist bemerkenswert, daß nun Bruggencate in Kenntnis dieser Unsöldschen Arbeit zu einem Entstehungsalter der Sonne in der Größenordnung von 10^9 Jahren nach der Weltentstehung kommt.